

**Aufgaben
zur
Wahrscheinlichkeit**

Beispielsammlung 8

Thema:

Hypergeometrische Verteilung

Datei 34212

Friedrich Buckel

Stand: 5. Februar 2019

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

<https://mathe-cd.de>

WISSEN:

Die **Hypergeometrische Verteilung** ist die Wahrscheinlichkeitsfunktion für das Ziehen ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge

Aufgabe 8.01 Grundwissen

In einer Urne befinden sich genau drei blaue und fünf weiße Kugeln.

Interpretiere in diesem Kontext die Ereignisse A, B und C, für die Folgendes gilt:

Berechne $P(A)$.

$$P(A) = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{5}{2}}{\binom{8}{3}}, \quad P(B) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} \quad P(C) = \binom{7}{4} \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^3$$

Aufgabe 8.02 Grundwissen

Im Folgenden werden die Wahrscheinlichkeiten dreier Ereignisse berechnet.

Beschreibe die zugehörigen Experimente und benenne das berechnete Ereignis mit Worten.

Erkläre die Berechnungsformeln und berechne $P(D)$.

$$P(D) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{3}{2}}{\binom{5}{3}}, \quad P(E) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \quad P(F) = \binom{7}{4} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3$$

Aufgabe 8.03 Grundaufgabe

In einer Lostrommel befinden sich 10 Lose, darunter sind nur zwei Gewinnlose.

Karla zieht genau 4 Lose.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: Sie zieht nur Nieten.

B: Sie zieht beide Gewinnlose

C: Sie zieht abwechselnd Gewinn und Niete.

D: Das erste Los ist ein Gewinn.

b) Bestimme den Erwartungswert für die Anzahl der gezogenen Gewinnlose.

Aufgabe 8.11 Zahlenlotto 6 aus 49

Beim Lotto werden in Deutschland aus 49 Kugeln 6 gezogen. Diese werden nicht zurückgelegt und am Ende nicht in der Reihenfolge sortiert wie sie gezogen worden sind, sondern der Größe nach. Auf einem Lottoschein werden ebenfalls 6 Zahlen angekreuzt.

X sei die Anzahl der richtig angekreuzten Zahlen, also der Gewinnzahlen.

Berechne die Wahrscheinlichkeiten für 3, 4, 5 oder 6 Richtige.

Wie könnte man die Formel für k Richtige darstellen?

Aufgabe 8.12 Das Urnenexperiment: Ziehen ohne Zurücklegen

In einer Urne befinden sich 4 weiße und 5 schwarze Kugeln. (Sie seien natürlich durch Tasten nicht unterscheidbar). Man entnimmt ihr 4 Kugeln ohne Zurücklegen.

X sei die Anzahl der gezogenen weißen Kugeln.

Berechne die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X und zeichne dazu ein Histogramm.

Aufgabe 8.13 Skatkarten ziehen

In einem **Skatspiel** gibt es 16 rote Karten und 16 schwarze Karten in den Spielfarben Kreuz, Pik, Herz und Karo. Jede Spielfarbe hat 8 Karten und zwar 7, 8, 9, 10, B(ube), D(ame), K(önig) und A(s).

- Man entnimmt ohne Zurücklegen 6 Karten.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man dabei 4 rote und 2 schwarze Karten?
- Dem Spieler werden 10 Karten ausgeteilt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält er dabei genau
 - 5 Kreuzkarten?
 - alle 8 Herzkarten?
 - 5-mal Kreuz, 3-mal Pik und 2-mal Karo?
- Nach dem Austeilen bleiben 2 Karten in der Mitte des Tisches im sogenannten Skat.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind es zwei Buben (B)?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält ein Spieler alle 8 Kreuzkarten und noch zwei Buben?

Aufgabe 8.14 Schwarzfahrer

Fahrgäste im Bus können einen Einzelfahrschein (E) haben, eine Dauerkarte (D) besitzen, oder **Schwarzfahrer** (S) sein. Die Karten löst man im Bus an einem Automaten.

Gestern befanden sich im Bus der Linie 108 um 14 Uhr 12 Personen mit einem Dauerscheine im Bus, 8 hatten eine Einzelkarte gelöst und 3 waren Schwarzfahrer.

Der Kontrolleur kann aus Personalmangel nur von einer Station bis zur nächsten mitfahren. Er kann in dieser Zeit nur eine Stichprobe von 12 Personen kontrollieren.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind darunter ...

- A: genau 10 Personen mit einem gültigen Fahrausweis?
- B: alle drei Schwarzfahrer?
- C: kein Schwarzfahrer?
- D: höchstens 1 Schwarzfahrer?
- E: 3 mit Einzelfahrschein und kein Schwarzfahrer?
- F: mindestens 10 mit einem Dauerscheine?
- G: 6 mit Einzelkarten, 4 mit einer Dauerkarte und 2 Schwarzfahrer?

Aufgabe 8.15 Mädchen werden verlost

In der Klasse 10a befinden sich 16 Jungen und 3 Mädchen.

Es werden 6 ausgelost.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich darunter genau 2 Mädchen?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurden höchstens 3 Mädchen ausgelost?
- c) Zuerst wurde Klaus ausgelost. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden dann nur noch Mädchen ausgelost?
- d) Zuerst wurden Klaus und Inga ausgelost. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden insgesamt gleich viele Mädchen wie Jungen ausgelost?

Aufgabe 8.16 Bauteile-Schrott

In einer Schachtel mit 20 Bauteilen sind 3 unbrauchbar, 12 Bauteile sind 1. Wahl und 5 sind 2. Wahl. Der Schachtel werden nacheinander 4 Bauteile entnommen, überprüft und beiseite gelegt.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden dabei alle unbrauchbaren Bauteile entdeckt?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ergeben sich bei dieser Kontrolle nur Bauteile 2. Wahl?
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird mindestens ein unbrauchbares Bauteil festgestellt?
- d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man 2 Bauteile 1. Wahl und je eines 2. Wahl bzw. Ausschuss?

Aufgabe 8.17 **Vergleiche die Ergebnisse der hypergeometrischen Verteilung mit denen der Binomialverteilung:**

- a) In einem Gefäß befinden sich 10 gleich aussehende Kugelschreiber, 4 schreiben schwarz, 6 schreiben blau. Gregor entnimmt 5 Kulis. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich darunter 2 schwarz schreibende?

Rechne hypergeometrisch und binomial. Welche Grundannahmen muss man in diesen Fällen machen?

- b) In einem Karton befinden sich 1000 gleich aussehende Kugelschreiber, 400 schreiben schwarz, 600 schreiben blau. Gregor entnimmt 5 Kulis. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich darunter 2 schwarz schreibende? Rechne auch hier hypergeometrisch und binomial.

Aufgabe 8.18 **Rote Karten ziehen**

Aus einem Kartenstapel, der 3 rote und 5 blaue Karten enthält, werden der Reihe nach 5 Karten gezogen und nicht mehr zurückgelegt. X sei die Anzahl der gezogenen roten Karten. Stelle die Wertetafel für die Wahrscheinlichkeitsverteilung und die Verteilungsfunktion von X auf.

Aufgabe 8.19 **Spiel mit Tönen**

Im Musikunterricht wird ein Spiel ausgedacht.
Der Schüler Klaus notiert drei Töne aus der Menge $\{C, D, E, F, G, A, H\}$
Die Schülerin Betty soll diese Töne erraten und auf dem Klavier anschlagen.

Gewinnplan:

Stimmt genau 1 Ton überein, erhält Betty von Klaus 0,50 €.

Stimmen genau 2 Töne überein, erhält sie 1 € von ihm
und bei allen 3 Tönen 2 €.

Gibt es jedoch keine Übereinstimmung, dann muss Betty an Klaus 5 € zahlen.

- a) Mit welchem Betrag kann Betty rechnen?
Wie hoch ist diese Summe bei 35 Spielen?
- b) Wie hoch müsste die Auszahlung an Betty bei einem fairen Spiel sein?

Lösungen
Lösungen

auf der CD ...

Demo-Text für www.mathe-cd.de